CHEMINS DE FER — TRAMWAYS — CARROSSERIE

THÉORIE
DES MOUVEMENTS OSCILLATOIRES
DES LOCOMOTIVES
ET
DES VOITURES

PAR

M. ÉM. DESMOUSSEAUX DE GIVRÉ

EXTRAIT des Mémoires de la Société des Ingénieurs civils
Voir les Procès-Verbaux des Séances des 3 et 17 Mai 1878

PARIS
LIBRAIRIE CENTRALE DES ARTS ET MANUFACTURES
AUGUSTE LEMOINE
15, QUAI MALAQUAIS, 15

1878

SOCIÉTÉ DES INGÉNIEURS CIVILS

SÉANCE DU 3 MAI 1878.

Le travail que nous avons l'honneur de présenter aujourd'hui complète les deux mémoires sur l'*économie des bandages et la stabilité des locomotives*, puis sur *le patinage des roues, et sur les locomotives à très-grande vitesse*, mémoires publiés dans le recueil de la Société en 1864 et 1878[1].

Actuellement nous nous proposons deux fins :

1° Prévenir quelques objections qu'on aurait peut-être élevées contre la comparaison que nous avons établie (M. J. Morandiere et moi) entre notre locomotive *à mouvements opposés* et la nouvelle machine express à quatre roues couplées de la Compagnie de Lyon.

2° Combler, par cette étude générale des mouvements oscillatoires d'un véhicule suspendu sur ressorts, une des lacunes les plus importantes de la théorie des locomotives ou wagons.

C'était pour résoudre des questions d'un tout autre genre que nous avons dû étudier les phénomènes d'oscillation. Les formules simples et symétriques auxquelles nous étions parvenus ont été appliquées incidemment aux locomotives.

On trouvera dans le mémoire précité sur l'*économie des bandages*, § V, n° 1, les trois équations de l'*équilibre statique* de la *partie suspendue*, S d'une locomotive, dans le cas particulier où les ressorts seraient distribués

1. Paris, librairie Auguste Lemoine, 15, quai Malaquais.

à peu près symétriquement en avant et en arrière du centre de gravité G de la masse suspendue S.

Ces formules sont :

$$(1) \qquad \alpha = \frac{\mu}{\sum\left(\frac{x^2}{K}\right)}, \qquad \beta = \frac{\mu_1}{\sum\left(\frac{y^2}{K}\right)}, \qquad z = \frac{\varphi}{\sum\left(\frac{1}{K}\right)}$$

x et y sont les distances du milieu de chaque ressort au centre de gravité G; distances comptées parallèlement et normalement au plan de symétrie de la locomotive. K est la flexibilité de chaque ressort. Les sommes $\sum$ sont relatives à *tous* les ressorts de suspension (AV, Mil, etc. AR, de droite et de gauche) de la locomotive ou voiture.

Il est intéressant de remarquer que ces trois équations deviennent générales si l'on transporte l'origine des coordonnées en un certain point O que nous appellerons *centre d'oscillation de la partie suspendue,* et qui se déterminera sous les trois conditions :

$$\sum\left(\frac{x}{K}\right) = o; \quad \sum\left(\frac{y}{K}\right) = o;$$

Hauteur de O au-dessus du rail. = à peu près la moyenne des rayons des diverses roues (porteuses ou couplées);

équations très-faciles à résoudre (*). D'ailleurs, pour satisfaire à la deuxième, il suffit, dans le cas très-général où les deux côtés *droit* et *gauche* de la locomotive sont symétriques, de placer le point O sur le point médian. Il n'y aurait d'exception (et à peine sensible) que dans les locomotives *Compound;* encore cela n'ajouterait-il aucune difficulté au problème.

Après avoir placé l'origine des coordonnées au point O, ainsi défini, venons à supposer que S soit en mouvement, et transformons les équations (1) de l'*équilibre statique* en équations de l'*équilibre dynamique*. Il suffira pour cela de considérer μ, μ_1, φ, comme les résultantes de la réaction statique des divers ressorts, et de l'inertie de la masse S; alors les équations (1)

(*) *Exemple.* — Dans la nouvelle machine de la Compagnie P.-L.-M., à quatre essieux : AV, moteur, couplé, Æ, écartés de : 1m,85, 2m,20, 1m,85; machine suspendue sur six ressorts ayant *chacun* pour rigidité $\frac{1}{K}$: à l'avant, 169 tonnes, au milieu 200 tonnes, à l'arrière, 143 tonnes : 1° l'équation $\sum\left(\frac{x}{K}\right) = o$ deviendra, si l'on désigne par δ la distance du centre o d'oscillation en avant du milieu o' des ressorts doubles (qui reposent

deviendront, en exprimant par R_{sy}, R_{sx}, les rayons de giration de S par rapport aux axes O_y et O_x :

$$(1\ bis)\quad \begin{cases} \sum\left(\frac{x^2}{K}\right) \times \alpha + S R_{sy}^2 \times \frac{d^2\alpha}{dt^2} = \mu, \\ \sum\left(\frac{y^2}{K}\right) \times \beta + S R_{sx}^2 \times \frac{d^2\beta}{dt^2} = \mu_1, \\ \sum\left(\frac{1}{K}\right) \times z + S \times \frac{d^2 z}{dt^2} = \varphi, \end{cases}$$

toutes trois de la forme :

$$(1'\ bis)\qquad a u + b \frac{d^2u}{dt^2} = f(t).$$

Supposons d'abord μ, μ_1, φ, *nuls*, autrement dit, soit $f(t) = o$; ce qui a lieu pour un wagon ou pour une locomotive considérée comme véhicule; alors l'*intégrale générale* de cette équation différentielle sera :

$$(1'\ ter)\qquad u = C \cos\left(t\sqrt{\frac{a}{b}}\right) + D \sin\left(t\sqrt{\frac{a}{b}}\right),$$

où C et D sont les constantes arbitraires, et qui représente une sinusoïde ayant, pour période, la durée : $\theta = 2\pi\sqrt{\frac{b}{a}}$. $(1'_4)$

Répétant ce calcul pour chacune des trois équations (1 *bis*), c'est-à-dire : pour le *galop*, le *roulis* et le *mouvement vertical*, on obtient trois sinusoïdes, chacune de période distincte, et qui *se superposent* sans se troubler.

symétriquement sur les deux essieux *moteur* et *couplé*) l'équation $\sum\left(\frac{x}{K}\right) = o$ deviendra, disons-nous :

$$\left[(1^m,85 + \frac{2^m,20}{2} - \delta) \times 169^t\right] - \left[\delta \times 200^t\right] - \left[(1^m,85 + \frac{2^m,20}{2} + \delta) \times 143^t\right] = o.$$

d'où :

$$\delta = 2^m,95 \times \frac{169^t - 143^t}{512^t} = 0^m,15.$$

Ainsi, o est sensiblement à $0^m,15$ en avant du point milieu o'.

2° D'ailleurs le centre o est évidemment situé dans le plan médian de la locomotive.

3° Ce point se trouve élevé, au-dessus du rail, d'une quantité h à peu près égale à la moyenne des rayons des quatre roues porteuses et des quatre roues couplées; soit ici :

$$h = \frac{1^m,05 + 0^m,65}{2} = 0^m,85.$$

On peut donc déterminer *a priori*, dans les projets de wagons ou de locomotives, les durées d'oscillations; et par conséquent déterminer en quelque sorte le *degré de douceur* des véhicules. Toutefois il faut se hâter de faire observer que :

a) La douceur dépend aussi du mode de suspension (par menottes, ou autrement); puis de l'élasticité des bois ou métaux qui constituent le châssis et les essieux montés; enfin de la quantité et de la qualité du ballast, et des diverses conditions d'établissement de la voie. C'est qu'outre les grosses oscillations que nous venons d'analyser, il se produit une foule d'oscillations secondaires, ou vibrations, exerçant des effets très-sensibles sur les hommes et sur le matériel.

b) Les calculs étant réalisés sans tenir compte des frottements considérables des boîtes à graisse contre les glissières, ne sauraient comporter une précision rigoureuse.

c) Les conditions du montage ont une grande importance.

d) Pour les locomotives, après avoir apprécié l'allure qu'elles possèdent *en tant que véhicules*, nous apprécierons subséquemment l'allure toute différente qu'elles possèdent *en tant que machines*. D'autre part, les dispositions générales, telles que, par exemple, la situation du foyer (en porte-à-faux ou autrement), puis l'emplacement du régulateur et du levier de changement de marche, d'où résulte la position ordinaire, plus ou moins excentrique, du mécanicien; tout cela est à considérer.

Le tableau ci-contre résume les chiffres obtenus dans l'application de la formule ($1'_4$) à différents exemples.

Les colonnes n°s 2 et 3 sont relatives à un type de véhicule *dur*, et les colonnes 4 et 5 à un type de véhicule *doux*.

Les colonnes n°s 6 et 11 se rapportent à deux types de locomotives *dures*. La locomotive de Lyon, surtout, paraît avoir une allure sèche et fatigante, ce qui (sans parler en ce moment du peu de longueur des bielles et de la position des cylindres à l'extérieur) ne provient pas seulement de la brièveté des oscillations θ_α, θ_β, θ_z, mais aussi de ce que le mécanicien, contraint par la largeur du foyer et du dôme, de se poster contre la rampe, se trouve particulièrement exposé aux influences du roulis. Au contraire, sur les machines Crampton (col. 10), le mécanicien posté entre les deux roues motrices, et presque au niveau du centre d'oscillation, ne ressent pas de roulis. Comme d'autre part les mouvements de galop et d'ascension, le second surtout, sont assez lents, on s'explique (et encore mieux lorsqu'on réfléchit que la bielle motrice est très-longue), pourquoi les Crampton de la Compagnie du Nord sont assez douces; mais c'est à la condition qu'on ne s'éloigne pas du milieu de la plate-forme.

En s'en rapportant aveuglément aux chiffres inscrits dans le tableau, on penserait que la machine mixte de la Compagnie du Nord (type de Fives-

TABLEAU I

Faisant connaître la durée (en *secondes* de temps) des diverses périodes d'oscillation de quelques *Voitures*, et de quelques *Locomotives* en tant que véhicules.

DURÉES θ des PÉRIODES D'OSCILLATION. — $\theta = 2\pi\sqrt{\frac{b}{a}}$	WAGONS				LOCOMOTIVES						
	WAGON TOMBEREAU sans frein à vis — OUEST		VOITURE 1re CLASSE à trois compartiments — OUEST		NOUVEAU TYPE à 4 roues couplées de $2^m,10$ — cylindre extérieur — P. L. M. série (31-90)	EXPRESS à 4 roues couplées de $1^m,92$ — cylin. intér. — OUEST série (707-743)	MARCHANDISES à 6 roues couplées de $1^m,41$ — cylindre extérieur — OUEST série (1904-2046)	MIXTE à 4 roues couplées de $1^m,80$ — cylin. intér. — NORD (Fives-Lille) série (2451-2531)	EXPRESS (Crampton) roues libres de $2^m,10$ — cylin. extér. — NORD série (146-161)	VOYAGEURS (Polonceau) roues libres de $2^m,00$ — cylin. extér. — ORLÉANS série (1-32)	EXPRESS (Forquenot) 4 roues couplées de $2^m,00$ — cylin. extér. — ORLÉANS série (265-308)
	WAGON *vide*	WAGON *plein*	VOITURE *vide*	VOITURE *pleine*							
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Oscill. de galop $\theta_\alpha = 2\pi\sqrt{\frac{SR^2_{sy}}{\Sigma\left(\frac{x^2}{K}\right)}}$	0″,376	0″,653	1″,074	1″,193	0″,460	0″,534	0″,571	0″,421	0″,484	0″,403	0″,504
Oscill. de roulis $\theta_\beta = 2\pi\sqrt{\frac{SR^2_{sx}}{\Sigma\left(\frac{y^2}{K}\right)}}$	0″,339	0″,728	1″,337	1″,463	0″,593	0″,474	0″,595	0″,433	0″,333	0″,365	0″,654
Oscill. verticales $\theta_z = 2\pi\sqrt{\frac{S}{\Sigma\left(\frac{1}{K}\right)}}$	0″,267	0″,482	0″,816	0″,933	0″,367	0″,378	0″,352	0″,313	0″,421	0″,327	0″,372
Notas.	Lorsque la charge est supprimée, le centre de gravité s'abaisse beaucoup, et les moments d'inertie, SR^2_{sy}, SR^2_{sx}, diminuent considérablement.						Ces locomotives ont un foyer en *porte à faux*.				

Lille), machine où le mécanicien se trouve d'ailleurs mal posté, est plus dure que toutes les autres, y compris la machine de Lyon. Il n'en est rien : cette locomotive mixte de la Compagnie du Nord possède une douceur passable, à cause, probablement, de ce que les cylindres sont intérieurs et la bielle motrice assez longue. En d'autres termes, cette locomotive est *dure* en tant que véhicule, et *douce* en tant que machine. De là résulte une qualité *moyenne*.

Cette théorie s'applique non-seulement à des locomotives, ou wagons, mais à des véhicules de tout genre : voitures de tramways, omnibus, calèches, fourgons d'ambulance et d'artillerie, etc. Les formules ($1'_4$) fournissent toujours le moyen de déterminer les flexibilités et positions des divers ressorts, de telle façon que les trois sortes d'oscillations aient trois durées voulues θ_α, θ_β, θ_z : estimées d'après la pratique. On commencera par déterminer la masse suspendue S, et ses moments d'inertie SR^2_{sy}, SR^2_{sx} par rapport au centre d'oscillation; puis au moyen des équations ($1'_4$) : la durée θ_z fournira $\sum\left(\frac{1}{K}\right)$, c'est-à-dire la somme des rigidités des divers ressorts : abstraction faite de leur position; et les durées θ_α, θ_β fourniront respectivement $\sum\left(\frac{x^2}{K}\right)$ et $\sum\left(\frac{y^2}{K}\right)$: deux qualités que l'on est maître de faire varier dans une grande étendue en modifiant l'emplacement et la liaison des ressorts. *Exemple :* Dans un wagon à six roues, il suffira évidemment pour diminuer ou augmenter $\sum\left(\frac{x^2}{K}\right)$ de renforcer ou d'affaiblir les ressorts du milieu au détriment des ressorts extrêmes. Dans les wagons à quatre roues, on ne pourrait diminuer $\sum\left(\frac{x^2}{K}\right)$ qu'en dédoublant chaque ressort en deux autres : l'un indépendant, l'autre relié par balancier au ressort similaire de l'autre essieu.

Autre exemple : Pour diminuer à volonté $\sum\left(\frac{y^2}{K}\right)$ dans un véhicule quelconque, il suffit d'affaiblir les ressorts *latéraux* ordinaires, et de constituer des ressorts *transversaux*. De telle sorte que $\sum\left(\frac{1}{K}\right)$, somme des rigidités, garde une valeur convenable.

Les ressorts transversaux s'emploient avec grand avantage dans la carrosserie ordinaire. Il en existe un sous l'arrière de presque toutes les calèches, coupés, fiacres, mylords, etc., etc. Il en existe deux sous les voitures (fort bien étudiées) de la Compagnie des omnibus; il en existe un, et plus souvent deux, sous tous les camions, voitures de commerce ou charrettes suspendues. Le roulis se trouve par là singulièrement adouci; tandis qu'il occasionne une trépidation sèche et fatigante dans les véhicules uniquement garnis avec des ressorts latéraux : c'est ce qui arrive par exemple sur

certains wagons de nos tramways. Dans l'axe de la plate-forme on ne ressent qu'un double mouvement de galop et d'ascension très-ample et très-doux; mais, pour peu qu'on s'éloigne à droite ou à gauche, on reçoit l'impression désagréable d'une vibration dure et continue.

Pourquoi n'avoir pas fait usage des ressorts transversaux? Et pourquoi aussi ne pas appliquer ces ressorts aux locomotives et wagons de nos chemins de fer? On améliorerait beaucoup les allures des véhicules; la Crampton, entre autres, dont les mouvements de galop et d'ascension sont assez bons, mais dont le roulis est sec, deviendrait par ce moyen absolument douce.

En général, quand le centre de gravité est bas, le moment d'inertie SR_{sx}^{2} est faible, alors θ_3 est faible : le roulis est sec et précipité. En ce cas nécessité de recourir à des ressorts transversaux ou (comme en Allemagne, à ce qu'il paraît) à des balanciers transversaux.

Cette remarque semble opportune, car les locomotives à très-grande vitesse doivent avoir un centre de gravité fort bas.

A ce sujet, permettez-nous, Messieurs, de compléter par un mot la communication que nous avons eu l'honneur, M. J. Morandiere et moi, de vous exposer récemment. Le centre de gravité des locomotives pourrait être abaissé à quelques décimètres du rail par un moyen simple, consistant à enlever la chaudière de dessus le châssis et à la reporter sur le tender. On aurait en avant un véhicule ne portant que le mécanisme, avec un lest suffisant pour fournir un poids adhérent de ...25 tonnes par exemple. En arrière on aurait ce qui pourrait s'appeler une chaudière-tender, montée, si l'on voulait, sur deux trucks à quatre ou six roues. Cette solution, que nous ne sommes peut-être pas les premiers à proposer, n'est pas sans inconvénients sérieux, mais elle offre l'avantage de pouvoir s'improviser demain. Dans ce système, le roulis serait intolérable si l'on n'avait pas recours aux ressorts ou balanciers transversaux.

Abordons maintenant le cas général, relatif aux locomotives considérées à la fois, comme *machines* et comme *véhicules*.

Soient donc à présent φ, μ, μ_1 quelconques. Les trois équations (1 *bis*) étant de la forme (1' *bis*), les trois intégrales générales seront chacune de la forme :

$$(1'_5) \qquad u = \frac{-1}{\sqrt{ab}} \left[\cos\left(t\sqrt{\frac{a}{b}}\right) \int f(t) \sin\left(t\sqrt{\frac{a}{b}}\right) dt - \sin\left(t\sqrt{\frac{a}{b}}\right) \int f(t) \cos\left(t\sqrt{\frac{a}{b}}\right) dt \right].$$

Les deux intégrations ci-marquées par le signe $\int$ introduiront évidemment deux constantes arbitraires C et D, et par conséquent deux termes :

$$C \cos\left(t\sqrt{\frac{a}{b}}\right) + D \sin\left(t\sqrt{\frac{a}{b}}\right).$$

Supposons (comme c'est le cas général dans ces problèmes de stabilité des locomotives) que $f(t)$ soit de la forme :

$$(1'_6) \quad f(t) = A_0 + \left[A_1 \cos(\omega t) + B_1 \sin(\omega t)\right] + \left[A_2 \cos(2\omega t) + B_2 \sin(2\omega t)\right] + \dots$$
$$\dots + \left[A_n \cos(n\omega t) + B_n \sin(n\omega t)\right] + \dots$$

ω étant la vitesse angulaire de la roue motrice, l'intégrale générale se réduit, après substitution de ce développement, à :

$$(1'_7) \quad u = \frac{A_0}{a} + \frac{A_1 \cos(\omega t) + B_1 \sin(\omega t)}{a - \omega^2 b} + \frac{A_2 \cos(2\omega t) + B_2 \sin(2\omega t)}{a - 4\omega^2 b} + \dots$$
$$\frac{A_n \cos(n\omega t) + B_n \sin(n\omega t)}{a - n^2\omega^2 b} + \dots + C \cos\left(t\sqrt{\frac{a}{b}}\right) + D \sin\left(t\sqrt{\frac{a}{b}}\right).$$

Ce résultat peut encore être obtenu par une autre voie : en supposant à priori que u soit développable en série trigonométrique de même forme que $f(t)$.

Chacun des doubles termes : $\left[A_n \cos(n\omega t) + B_n \sin(n\omega t)\right]$ de la série $(1'_6)$ représente une sinusoïde, que l'on peut écrire sous la forme :

$$R_n \cos(n\omega t + \Delta_n),$$

si l'on pose :

$$R_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2}, \qquad \cos \Delta_n = \frac{A_n}{\sqrt{A_n^2 + B_n^2}}, \qquad \sin \Delta_n = \frac{-B_n}{\sqrt{A_n^2 + B_n^2}};$$

en sorte que la série $(1'_6)$ devient :

$$(1'_8) \qquad f(t) = R_0 + R_1 \cos(\omega t + \Delta_1) + R_2 \cos(2\omega t + \Delta_2) + \dots$$

ou, si l'on veut : $$f(t) = \sum \left[R_n \cos(n\omega t + \Delta_n)\right].$$

Pour $n = o$, on a : $R_n = R_0 = A_0$, et : $\Delta_0 = o$.

De même la série $(1'_7)$ peut s'écrire :

$$(1'_9) \quad u = \frac{R_0}{a} + \frac{R_1}{a - \omega^2 b} \cos(\omega t + \Delta_1) + \frac{R_2}{a - 4\omega^2 b} \cos(2\omega t + \Delta_2) + \dots$$
$$\dots + R_v \cos\left(t\sqrt{\frac{a}{b}} + \Delta_v\right);$$

ou, si l'on veut :

$$(1'_{10}) \quad u = \sum \left[\frac{R_n \cos(n\omega t + \Delta_n)}{a - n^2\omega^2 b}\right] + R_v \cos\left(t\sqrt{\frac{a}{b}} + \Delta_v\right),$$

en posant encore :

$$(1'_{11})\quad R_v = \sqrt{C^2 + D^2}, \qquad \cos \Delta_v = \frac{C}{\sqrt{C^2+D^2}}, \qquad \sin \Delta_v = \frac{-D}{\sqrt{C^2+D^2}};$$

les deux constantes arbitraires C et D se trouvent remplacées par les deux constantes arbitraires R_v, Δ_v.

Les coefficients $\frac{R_1}{a - \omega^2 b}$, $\frac{R_2}{a - 4\omega^2 b}, \ldots$ $\frac{R_n}{a - n^2\omega^2 b}, \ldots$ représentent les *demi-courses* des diverses oscillations élémentaires.

Les formes générales $(1'_5)$, (1_7) ou $(1'_9)$ expriment simultanément α, β, z, c'est-à-dire chacun des trois mouvements de : de *galop*, de *roulis* et d'*ascension*. En chacun de ces trois cas, les coefficients constants a et b, et la fonction $f(t)$, ont des valeurs différentes, savoir :

dans le galop : $a = \sum \left(\frac{x^2}{K}\right)$, $b = SR^2_{sy}$, $f(t) = \mu$;

dans le roulis : $a = \sum \left(\frac{y^2}{K}\right)$, $b = SR^2_{sx}$, $f(t) = \mu_1$;

dans l'ascension : $a = \sum \left(\frac{1}{K}\right)$, $b = S$, $f(t) = \varphi$.

Reste à analyser les actions de la vapeur, les inerties, etc., de façon à développer μ, μ_1, φ sous la forme $(1'_6)$. — Auparavant, établissons une première discussion des résultats précédents au moyen des remarques suivantes :

1° L'équation $(1'_5)$ renferme simplement $f(t)$ au premier degré sous le signe $\int$. Si donc $f(t)$ est la somme d'un certain nombre, fini ou infini, de fonctions, $f_1(t)$, $f_2(t)$, $f_3(t)$, etc., l'intégrale u de l'équation

$$au + b\frac{d^2u}{dt^2} = f(t) \qquad (1'\ bis)$$

sera la somme des intégrales u_1, u_2, u_3, etc., des équations :

$$au + b\frac{d^2u}{dt^2} = f_1(t),$$

$$au + b\frac{d^2u}{dt^2} = f_2(t),$$

$$au + b\frac{d^2u}{dt^2} = f_3(t), \qquad \text{etc.}$$

Autrement dit : si $f(t) = f_1(t) + f_2(t) + \ldots$,

on aura : $u = u_1 + u_2 + \ldots$

Cela exprime la *superposition des mouvements*.

2° Les séries ($1'_7$) ou ($1'_9$) se composent de deux parties :

a) Les termes de la fin : $C \cos\left(t\sqrt{\frac{a}{b}}\right) + D \sin\left(t\sqrt{\frac{a}{b}}\right)$,

ou bien (sous l'autre forme) : $R_v \cos\left(t\sqrt{\frac{a}{b}} + \Delta_v\right)$,

représentent les oscillations de la locomotive *en tant que véhicule*, oscillations dont l'amplitude est indéterminée *a priori* — (car elle résulte seulement des irrégularités de la voie) — et dont la durée : $\theta = 2\pi\sqrt{\frac{b}{a}}$, est indépendante de la vitesse ω et des autres conditions de fonctionnement ou d'établissement du mécanisme;

b) L'ensemble de tous les autres termes des séries ($1'_7$) ou ($1'_9$) représente les oscillations de la locomotive *en tant que machine*, oscillations dont les amplitudes et les durées sont déterminées par la vitesse ω et par les autres conditions de fonctionnement ou d'établissement du mécanisme.

3° Les divers coefficients A_0, A_I, B_I, $A_2 \ldots A_n$, B_n, etc., de l'équation ($1'_6$) représentant deux espèces de forces : *actions de la vapeur* et *inerties*, peuvent en général s'écrire sous la forme : $A'_n + A''_n\omega^2$, $B'_n + B''\omega^2$; les parties A'_n, B'_n ne dépendant que des circonstances de la distribution, et les parties A''_n, B''_n ne dépendant que de la masse et de la figure des organes. — La série ($1'_6$) peut donc se dédoubler en deux autres : la première, ayant pour coefficient : A'_0, A'_1, B'_1, A'_2, etc., ne peut prendre évidemment que des valeurs limitées. Au contraire, la seconde série ayant pour coefficients : $A''_0\omega^2$, $A''_1\omega^2$, $B''_1\omega^2$, $A''_2\omega^2$, etc., prendra des valeurs croissantes jusqu'à l'infini en même temps que ω^2.

Ainsi les réactions μ, μ_1, φ se composent, chacune, de deux termes : le premier, provenant des actions de la vapeur, et ne prenant que des valeurs finies; le second, croissant à l'infini en même temps que ω^2.

4° De même, la série ($1'_7$), abstraction faite des deux derniers termes qui expriment les oscillations de la locomotive en tant que véhicule, peut se dédoubler en deux autres.

La première ayant pour coefficients : $\frac{A'_0}{a}$, $\frac{A'_I}{a - \omega^2 b}$, $\frac{B'_1}{a - \omega^2 b}$,... peut s'écrire ainsi :

$$(1'_{12}) \qquad \sum \left[\frac{A'_n \cos(n\omega t) + B'_n \sin(n\omega t)}{a - n^2\omega^2 b}\right].$$

Les amplitudes (autrement dit les demi-courses) des oscillations élémentaires auront pour valeur : $\frac{\sqrt{A'^2_n + B'^2_n}}{a - n^2\omega^2 b}$;

donc elles convergeront rapidement vers zéro, quand ω tendra vers l'infini.

La deuxième série ayant pour coefficients : $\frac{\omega^2 A''_0}{a}$, $\frac{\omega^2 A_1''}{a - \omega^2 b}$, $\frac{\omega^2 B_1''}{a - \omega^2 b}$, ...
peut s'écrire :

$$(1'_{13}) \qquad \sum \left[\frac{\omega^2 A''_n \cos(n\omega t) + \omega^2 B''_n \sin(n\omega t)}{a - n^2\omega^2 b} \right].$$

Les amplitudes des oscillations élémentaires auront pour valeur :

$$\frac{\sqrt{\omega^4 A''^2_n + \omega^4 B''^2_n}}{a - n^2\omega^2 b};$$

donc elles convergeront rapidement vers la *limite finie :*

$$\frac{\sqrt{A''^2_n + B''^2_n}}{n^2 b},$$

quand ω tendra vers l'infini.

Conclusion. — En chacun des trois genres de mouvements : *galop, roulis, ascension*, il y a deux espèces d'oscillations dues au mécanisme. Les unes, engendrées par les actions de la vapeur, convergent rapidement vers zéro ; les autres, engendrées par les inerties, convergent rapidement vers des limites *finies* et généralement assez faibles. En sorte qu'au delà de certaines vitesses, fréquemment dépassées dans la pratique, les amplitudes des diverses oscillations de la locomotive *en tant que machine* peuvent être considérées comme *constantes* et très-peu étendues. Mais, à mesure que la vitesse augmente, ces oscillations se produisent en des temps de plus en plus courts et correspondent, par conséquent, à des réactions intérieures ou extérieures de plus en plus énergiques, sèches, et pour ainsi dire instantanées; qui sont effectivement proportionnelles à ω^2 comme nous l'avons vu tout à l'heure (3°). Donc, ce qu'il faut redouter, ce ne sont point les oscillations régulières de la locomotive *en tant que machine*, ce sont les réactions correspondantes que subissent les organes et la voie. Ce qu'il faut redouter encore, ce sont les oscillations de la locomotive *en tant que véhicule*, oscillations dont les durées sont constantes, mais dont les amplitudes sont déterminées par les chocs, réguliers ou accidentels, des bandages contre les rails, chocs dont la violence augmente très-rapidement, et presque sans limite, quand ω s'accroît. Nous reviendrons plus tard sur ce point important.

5° Les allures d'une locomotive ressemblent parfaitement aux allures d'un cheval ou d'un piéton. A mesure que l'homme ou l'animal se transporte avec plus de vitesse, ses mouvements oscillatoires ont des amplitudes moins étendues et qui convergent rapidement vers des limites fort petites (ces faits se constatent aisément, soit à simple vue, soit par expérience) ; mais au contraire, les réactions *intérieures* qui causent la fatigue du sujet, et les réactions *extérieures* des pieds contre le sol acquièrent promptement une grande énergie. Ainsi, plus un cheval galope vite et plus il fait jaillir d'étincelles contre le pavé.

De même, à mesure que la vitesse d'une locomotive augmente, les amplitudes des mouvements oscillatoires convergent rapidement vers des limites finies et très-faibles; mais, pendant ce temps-là, les réactions *intérieures* du mécanisme, et les réactions *extérieures* des bandages contre les rails s'accroissent *indéfiniment*.

Toutefois, la machine vivante possède en raison de son intelligence (ou instinct) et de sa volonté (ou ses appétits) certains avantages qui manquent à la machine artificielle. Exemple : l'homme, ou l'animal, peut modifier en certaine mesure la rigidité de ses ressorts naturels, muscles ou tendons. Au contraire, les ressorts de suspension d'une locomotive sont invariables. En second lieu, l'homme, ou l'animal, sait régler sa direction et sa démarche de façon à éviter, jusqu'à certain point, les obstacles accidentels; tandis que la locomotive suit passivement la voie.

6° Si $\omega = o$, les équations $(1'_6)$ ou $(1'_8)$ et, d'autre part, $(1'_7)$, $(1'_9)$ ou $(1'_{10})$ fourniront la réaction $f(t)$ et le déplacement u qui correspondent à une vitesse nulle ou insignifiante de la locomotive.

7° Si $a = \infty$ ce qui revient à supposer des ressorts infiniment rigides, autrement dit des appuis invariables, la réaction $f(t)$ ne contenant pas a garde la même valeur; mais le déplacement u s'annule. Or c'est précisément ce qui se passe eu égard au *lacet :* mouvement qui serait exactement nul si le montage était parfait, mais qui toutefois tend à se produire sous l'influence d'une action de même nature que μ, μ_1 et φ.

Pourquoi n'a-t-on pas encore songé à régulariser le mouvement de lacet des locomotives, voitures, trucks américains ou Bissel, etc., au moyen de ressorts spéciaux qui joueraient horizontalement entre le châssis et la partie suspendue (caisse ou chaudière)? — C'est par suite d'un oubli que les projets de la locomotive à mouvements opposés ne présentent pas l'exemple de ces dispositions.

8° Cas remarquables. — Lorsqu'on a : $a - \omega^2 b = o$, ou bien $a - 4\,\omega^2 b = o$, ou en général $a - n^2\omega^2 b = o$, le terme d'indice n, de l'intégrale, semble prendre une valeur infinie. — Ce qui signifierait que les oscillations acquièrent une amplitude infinie, entraînant la rupture des ressorts, et la projection de la locomotive dans les espaces? — C'est qu'effectivement la relation $a - n^2\omega^2 b = o$, ou $\omega = \frac{1}{n}\sqrt{\frac{a}{b}}$, exprime que parmi les diverses oscillations dues au mécanisme, celles de la catégorie représentée par le terme d'indice n ont la même durée que les oscillations de la locomotive en tant que véhicule. Dès lors, chaque oscillation du véhicule se trouvant accrue par une impulsion nouvelle, l'amplitude des mouvements grandira jusqu'à l'infini. — De même que dans un pendule qui, à chacun de ses passages sur la verticale, reçoit une impulsion nouvelle. — De même que dans un pont suspendu sur lequel passe une troupe d'infanterie ou une voiture au galop. Si telle catégorie d'oscillations du tablier se trouve correspondre au pas

cadencé des hommes ou des chevaux, les amplitudes des mouvements s'accroîtront sans limite : parfois jusqu'à la rupture.

Telle fut peut-être la raison de la catastrophe du pont d'Angers, il y a quelque vingt-cinq ans.

De même si l'on fait osciller une pièce élastique, et qu'à chaque retour on accroisse le mouvement par une impulsion nouvelle, on accroîtra indéfiniment et souvent jusqu'à rupture, l'amplitude des oscillations. Les enfants s'y prennent de la sorte pour casser les branches d'arbre, et pour se balancer dans une escarpolette, une voiture ou un bateau.

En ces divers exemples : pendule, pont suspendu, planche, etc., voiture ou machine, si les oscillations ne s'accroissent pas toujours au point d'amener bouleversement ou rupture, c'est que la théorie comporte des limites et des imperfections : l'isochronisme ne constitue point une loi rigoureuse; les frottements, souvent considérables, ont été négligés; enfin, dans les locomotives, il doit arriver rarement que l'égalité entre la durée des oscillations dues au *mécanisme* et la durée des oscillations du *véhicule* se soutienne longtemps (*).

Néanmoins, on peut trouver ici la raison de certaines ruptures d'essieux, rails ou bandages survenues à de faibles vitesses, et sans cause apparente, en des organes sains et bien montés.

Expliquons maintenant les faits par l'analyse. Reprenons la question à l'origine en supposant que dans la série ($1'_6$) le terme d'indice n se réduise, en vertu de l'hypothèse : $a - n^2\omega^2 b = o$,

à : $$A_n \cos\left(\sqrt{\frac{a}{b}}\,t\right) + B_n \sin\left(\sqrt{\frac{a}{b}}\,t\right).$$

D'après une remarque antérieure (n° 1), l'intégration des autres termes de la série ($1'_6$) ne devra être modifiée en rien, et conduira aux divers termes similaires actuellement écrits dans la série ($1'_7$). Donc il suffit pour éclaircir la difficulté présente de substituer dans la formule ($1'_5$) le binôme

$$(1'_{14}) \qquad A_n \cos\left(\sqrt{\frac{a}{b}}\,t\right) + B_n \sin\left(\sqrt{\frac{a}{b}}\,t\right)$$

à la fonction $f(t)$ et d'effectuer les opérations. — On obtient (**) :

$$(1'_{15}) \qquad \frac{A_n t \sin\left(\sqrt{\frac{a}{b}}\,t\right) - B_n t \cos\left(\sqrt{\frac{a}{b}}\,t\right)}{2\sqrt{ab}},$$

(*) Ces phénomènes se verraient sans doute plus clairement sur les locomotives fonctionnant comme *machines fixes*, mais alors on a généralement soin d'enlever ou de caler les ressorts.

(**) Il va sans dire que tous les termes en $\cos\left(\sqrt{\frac{a}{b}}\,t\right)$ et en $\sin\left(\sqrt{\frac{a}{b}}\,t\right)$ qu'on peut obtenir, sont *à effacer*; puisqu'ils doivent être fusionnés avec deux termes semblables ayant pour coefficients deux constantes arbitraires, soient G et H, introduites par la présente intégration. Et après la substitution du résultat dans la formule ($1'_7$) les deux constantes arbitraires G, H, doivent, elles-mêmes, être fusionnées respectivement dans les deux constantes arbitraires C, D.

ou, si l'on veut : $\dfrac{R_n t \sin\left(\sqrt{\dfrac{a}{b}}\,t + \Delta_n\right)}{2\sqrt{ab}}$.

Telle est la nouvelle et véritable valeur du terme d'indice n qui apparaissait sous forme de ∞. Tous les autres termes de la série ($1'_7$) demeurent ce qu'ils sont. Au reste, on parvient encore directement à l'expression ($1'_{15}$) en cherchant la limite vers laquelle tend

$$\frac{A_n \cos(n\omega t) + B_n \sin(n\omega t)}{a - n^2\omega^2 b}$$

lorsque $n\omega$ tend vers $\sqrt{\dfrac{a}{b}}$. Ce calcul est simple, mais exige quelques précautions.

La fonction ($1'_{15}$) représente une courbe sinueuse où les ondulations sont isochrones, mais possèdent une amplitude proportionnelle à t et ainsi croissant à l'infini avec t.

On confirme donc l'existence d'une série de vitesses :

$$\omega = \sqrt{\frac{a}{b}}, \qquad \omega = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{a}{b}}, \ldots\ldots \omega = \frac{1}{n}\sqrt{\frac{a}{b}}, \ldots\ldots$$

pour lesquelles le mouvement u devient infini. Et comme u désigne arbitrairement le galop, le roulis, ou l'ascension, on voit qu'il existe en chacun de ces trois mouvements une série particulière de vitesses critiques. Mais dans les trois cas la vitesse $\omega = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$ est en général seule à considérer, car les autres vitesses correspondent à des termes fort petits des séries, très-convergentes, ($1'_6$) et ($1'_7$). Il est à remarquer que plus les trois quantités a seront faibles, autrement dit, plus on emploiera des ressorts doux, et plus les vitesses critiques s'abaisseront (*).

(*) Dans la machine, déjà citée, de la Cie P.-L.-M. (voir la note page 4), machine où l'on a :

pour chaque ressort AV : $K = \dfrac{1}{169^t}$, $x = 2^m,80$, $y = \pm\, 0^m,55$,

pour chaque ressort Mil : $K = \dfrac{1}{200^t}$, $x = -0^m,15$, $y = \pm\, 0^m,525$,

pour chaque ressort Æ : $K = \dfrac{1}{143^t}$, $x = -3^m,10$, $y = \pm\, 0^m,995$;

et où les roues motrices ont $1^m,05$ de rayon, on trouve que les vitesses critiques sont respectivement :

1° relativement au *galop* : $\omega = \pm\sqrt{\dfrac{5407000}{29010}} = 13,5$, d'où : $\omega R = \pm\, 51^{kilom},7$,

2° relativement au *roulis* : $\omega = \pm\sqrt{\dfrac{495400}{4420}} = 10,6$, d'où : $\omega R = \pm\, 40^{kilom},3$,

3° relativement à l'*ascension* : $\omega = \pm\sqrt{\dfrac{1024000}{3505}} = 17,1$, d'où : $\omega R = \pm\, 64^{kilom},6$

En pratique, il convient de déterminer les ressorts de telle sorte que chacune des trois vitesses critiques $\sqrt{\frac{a}{b}}$ soit notablement inférieure à la vitesse ω du fonctionnement habituel de la locomotive.

9° La fonction $f(t)$ peut être discontinue. Cette hypothèse se trouve généralement conforme à la réalité; car chaque fois que le piston arrive à fond de course, le sens de la pression de la vapeur change brusquement. Mais la discontinuité de $f(t)$ n'empêche nullement la continuité de l'intégrale u. Chaque point de rebroussement de $f(t)$ correspond simplement à un brusque changement de courbure (*) de l'intégrale u.

10° On sait aujourd'hui que les équations différentielles linéaires (telles que ($1'$ *bis*) n'admettent pas d'*intégrale singulière*, ou dans un langage plus moderne : de *solution particulière.* Donc les équations ($1'_3$) ou ($1'_5$) comprennent toutes les solutions possibles des équations ($1'_2$).

SÉANCE DU 17 MAI 1878.

Détermination des forces φ, μ, μ_1. — Les trois séries ($1'_6$) peuvent s'évaluer numériquement au moyen du tableau ci-après, dans lequel on s'est contenté des termes principaux fournissant, en général, une approximation suffisante.

Originairement, la locomotive est censée fonctionner à pleine admission; la pression pouvant se trouver réduite dans un rapport quelconque par un étranglement du régulateur. — Autrement, les effets de la détente se décou-

(*) On pouvait reconnaître à priori que u doit être continue. Car autrement la vitesse $\frac{du}{dt}$ éprouverait, à chaque point de rebroussement, une variation brusque, ce qui est absurde, sauf au moment des chocs (lesquels se succèdent rapidement, d'ailleurs).

vriront aisément en corrigeant les résultats définitifs auxquels nous parviendrons plus tard.

Les notations des précédents Mémoires sont actuellement conservées.

On suppose ici, *pour exemple,* des cylindres horizontaux. — Le lecteur traitera facilement le cas de cylindres inclinés : disposition qui, soit dit en passant, ne saurait convenir aux locomotives de très-grande vitesse.

Les actions que subit la partie suspendue d'une locomotive proviennent alors uniquement des forces verticales exercées sur les glissières des deux pistons, forces qui se composent principalement de trois termes :

Le *premier* dû aux inerties propres de la bielle motrice; soit (*) :

$$\text{Sur la glissière de gauche : } + B_c\,\omega^2 r \;\sin\,(\omega t),$$
$$\text{Sur la glissière de droite : } + B_c\,\omega^2 r \;\cos\,(\omega t).$$

Le *second* dû aux inerties de la masse H animée de mouvements alternatifs, inerties qui tendent à renverser la bielle motrice, en exerçant une force verticale ; soit :

$$\text{Sur la glissière de gauche : } - H\,\omega^2\,\frac{r^2}{2l}\;\sin\,(2\omega t),$$

$$\text{Sur la glissière de droite : } + H\,\omega^2\,\frac{r^2}{2l}\;\sin\,(2\omega t).$$

Le *troisième* terme, dû à la pression de la vapeur, a pour valeur :

$$\text{Sur la glissière de gauche : } \pm P\,\frac{r}{l}\;\sin\,(\omega t),$$

$$\text{Sur la glissière de droite : } \pm P\,\frac{r}{l}\;\cos\,(\omega t).$$

Ces deux expressions se trouvent représentées par les deux courbes G et D sur la figure 1.

A présent, rien de plus facile que de former le tableau II, ci-après, des valeurs de φ, μ, μ_1.

En chacune des trois formules il sera bon d'écrire sur deux lignes séparées : d'abord les termes provenant de l'inertie des organes; ensuite les termes provenant des actions de la vapeur.

La résultante φ de toutes ces forces transportées au centre O d'oscillation aura évidemment pour premier terme : $B_c\,\omega^2 r\,\sqrt{2}\;\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)$. Le deuxième terme sera nul. Quant au troisième terme, représenté par la courbe G + D sur la figure 1, il pourra être considéré, *approximativement,* comme composé de deux parties : d'abord la constante $\frac{4}{\pi}\,P\,\frac{r}{l}$ ou bien $1{,}273\;P\,\frac{r}{l}$,

(*) La manivelle motrice de droite est supposée, comme d'usage, en avance de $\frac{\pi}{2}$ sur la manivelle motrice de gauche.

marquant la hauteur moyenne de la courbe G + D au-dessus de l'axe des abcisses; ensuite l'ordonnée, soit : $-0{,}21\ P\frac{r}{l}.\cos(4\omega t)$ d'une petite sinusoïde indiquée en traits ponctués sur la figure 1, sinusoïde construite sur l'axe $\frac{4}{\pi}\ P\frac{r}{l}$, et passant à égale distance des sommets et des points de rebroussements de la courbe G + D.

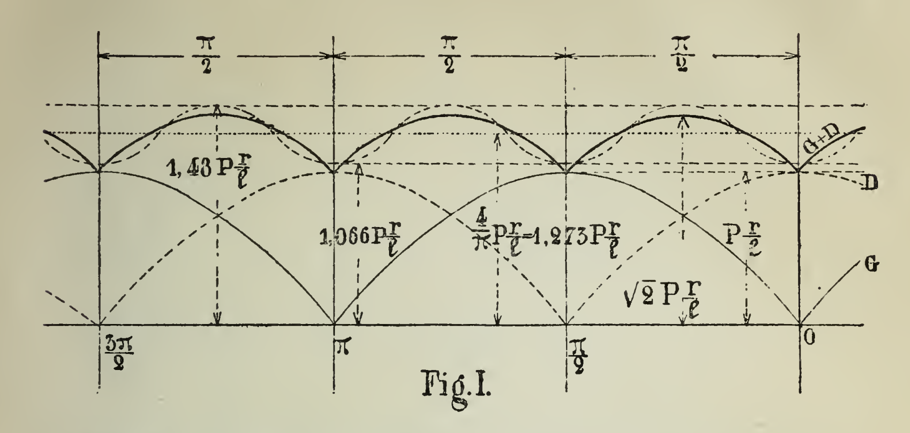


Fig.I.

Le couple μ est très-sensiblement égal au produit de φ par la distance h entre les milieux des glissières et l'axe transversal Oy passant par le centre O d'oscillation. Si l'on tenait compte de ce que les diverses forces (inerties ou actions de la vapeur) que nous avons considérées, ne sont pas appliquées exactement au milieu de chaque glissière, les nouveaux termes qu'on introduirait pour les deux côtés droit et gauche se compenseraient assez exactement. — Donc les termes de μ s'écriront en reproduisant simplement les termes de φ multipliés par h.

Si l'on appelle e l'écartement, d'axe en axe, des deux cylindres de droite et de gauche, le couple μ_1 aura évidemment pour premier terme :

$$-\frac{e}{2}\,B_c\,\omega^2\,r\,\sqrt{2}\,.\cos\left(\omega t+\frac{\pi}{4}\right),$$

et pour deuxième terme :

$$-\frac{e}{2}\,H\,\omega^2\,\frac{r^2}{l}\,\sin\,(2\omega t).$$

Quant au troisième terme, représenté par la courbe G + D sur la figure 2, il pourra être assimilé *approximativement*, à l'ordonnée, soit :

$$-\frac{e}{2}\times 0{,}828\ P\,\frac{r}{l}\cos\,(2\omega t),$$

d'une sinusoïde ayant mêmes axes, et mêmes aires que la courbe G + D.

Le tableau se trouve maintenant complet. On remarquera que chacune

des trois actions μ, μ_1, φ, se trouve représentée simplement par trois termes, ce qui facilite grandement les applications numériques.

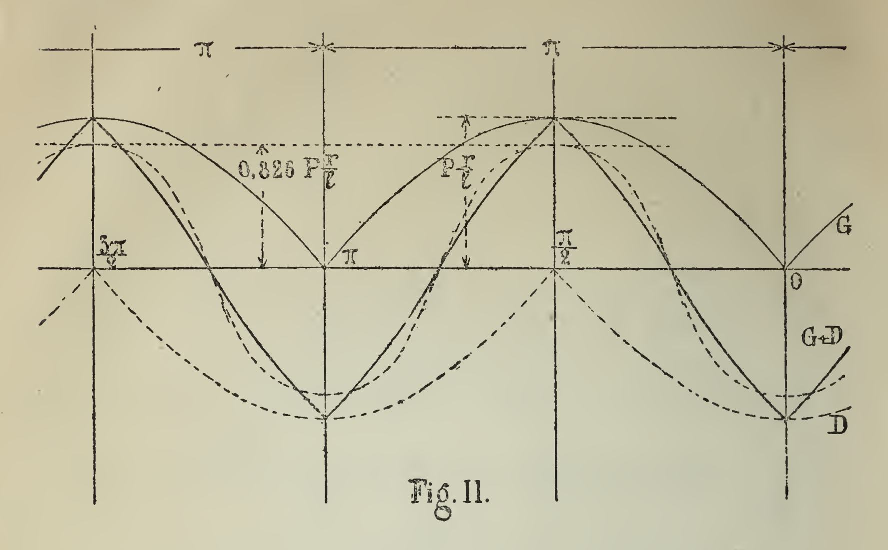


Fig. II.

On pourrait creuser le sujet et considérer d'autres termes. Mais nous pensons que le tableau II conduit à des résultats suffisamment exacts.

Si la pression P était réduite dans un certain rapport k les actions de la vapeur seraient réduites dans le même rapport.

Quand il y a *détente*, les courbes G, D, et par suite G + D se modifient, mais en gardant chacune, leurs mêmes périodes, encore séparées par des points de rebroussement qui correspondent aux mêmes abcisses,

$$0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, \text{ etc.}$$

Les nouvelles courbes pourraient, en général, se représenter de même par les trois premiers termes d'une série de la forme $(1'_6)$.

Les forces μ, μ_1, φ, étant déterminées, on connaîtra aussitôt les déplacements α, β, z, de la partie suspendue S, puisque les différents termes de la fonction $f(t)$, dans la série $(1'_6)$, sont identiques, aux différents numérateurs des termes qui constituent la fonction u dans la série $(1'_7)$. Ainsi pour obtenir les déplacements u, il suffit maintenant de former le tableau des valeurs que prennent les différents dénominateurs : a, $a - \omega^2 b$, $a - 4\omega^2 b$, etc., dans les trois cas du *galop*, du *roulis* et du *mouvement vertical*, et pour différentes vitesses ω.

Exemple. — Si nous cherchions vers quelles limites tendent les déplacements α, β, z, quand la vitesse ω tend vers l'infini, nous trouverions immédiatement des formules très-simples.

Avec les déplacements α, β, z de la partie suspendue, on calculera de

TABLEAU II.

pour l'évaluation des actions φ, μ, μ_1, exercées sur la partie suspendue.

$f(t) =$	A_0	$+ \left[A_1 \cos(\omega t) + B_1 \sin(\omega t)\right]$	$+ \left[A_2 \cos(2\omega t) + B_2 \sin(2\omega t)\right]$	$+ \ldots\ldots + \left[A_4 \cos(4\omega t) + B_4 \sin(4\omega t)\right]$	$+ \ldots\ldots$
$\varphi =$	»	$+ B_c \omega^2 r \sqrt{2} \times \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)$	»	» »	»
	$+ \frac{4}{\pi} \times P \frac{r}{l}$	»	»	» $- 0{,}21 \times P \frac{r}{l} \cos(4\omega t)$	»
$\mu =$	»	$+ h B_c \omega^2 r \sqrt{2} \times \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)$	»	» »	»
	$+ \frac{4}{\pi} \times h P \frac{r}{l}$	»	»	» $- 0{,}21 \times h P \frac{r}{l} \times \cos(4\omega t)$	»
$\mu_1 =$	»	$- \frac{e}{2} B_c \omega^2 r \sqrt{2} \times \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$	$- \frac{e}{2} H \omega^2 \frac{r^2}{l} \times \sin(2\omega t)$	» »	»
	»	»	$- \frac{e}{2} \times 0{,}83\ P \frac{r}{l} \cos(2\omega t)$	» »	»

suite les surcharges correspondantes reçues par chaque bandage. Effectivement, chaque ressort éprouve :

1° Par le fait du déplacement z, une tension : $\frac{z}{K}$, qui se reproduit intégralement sur le bandage contigu;

2° Par le fait du déplacement α, une tension : $\frac{\alpha x}{K}$, qui se reproduit intégralement sur le bandage contigu;

3° Par le fait du déplacement β, une tension : $\frac{\beta y}{K}$, qui produit, sur le bandage contigu, la réaction : $\frac{\beta y^2}{K \cdot \frac{E}{2}}$,

si l'on désigne par E l'écartement des points de contact des deux bandages, droit et gauche, sur le rail. (On sait qu'en général $E = 1^m,50$ à peu près.)

On traiterait semblablement le cas où plusieurs ressorts sont réunis sur un même essieu, ou bien reliés entre eux, soit par un balancier, soit par un autre appareil.

Réparons maintenant quelques oublis.

D'abord au sujet des voitures ordinaires, calèches, omnibus, fourgons, etc., etc.; il va sans dire que la hauteur du centre O d'oscillation au-dessus du sol ne se détermine plus tout à fait comme dans les locomotives, ou wagons, possédant des plaques de garde. Dans la carrosserie ordinaire, les ressorts font corps avec l'essieu. Donc, le *centre instantané* se déterminera en considérant les points d'attache, ou de liaison, de la partie suspendue S avec les ressorts, et d'autre part, avec l'avant-train. — Chaque modèle exige une étude particulière, tellement simple qu'il n'y a pas lieu de s'y arrêter.

On a tacitement admis que les flexions des ressorts sont proportionnelles aux charges : hypothèse adoptée généralement, et avec raison, pour les ressorts d'acier. Mais il n'en va plus de même avec des ressorts en caoutchouc; les équations différentielles auraient alors besoin d'être établies à nouveau. On les résoudrait facilement par voie graphique.

Troisième remarque. — Dans l'étude d'un projet de locomotive ou voiture, la détermination des trois durées d'oscillation : θ_α, θ_β, θ_z, ne doit pas être faite au hasard. Loin de là : on devra consulter l'expérience et examiner la nature et l'état des voies sur lesquelles le véhicule est appelé à fonctionner. — Quelle est la force des rails? Comment sont-ils soutenus, reliés ou éclissés? — Comment sont-ils posés? — Sur traverses, ou sur longrines? — Dans le premier cas (et surtout si les joints se correspondaient à droite et à gauche) il faudrait s'attacher à combattre les effets du galop; dans le second cas, le roulis semble plus à craindre.

S'agit-il d'une voiture ordinaire? examiner si elle roulera sur des chemins

unis, en macadam, ou parmi des ornières occasionnant beaucoup de roulis; ou, par exemple, si elle doit circuler rapidement sur un pavage inégal engendrant surtout des mouvements considérables de galop et d'ascension. — Tout cela doit être pesé.

Un mot enfin, sur la nouvelle locomotive express à quatre roues couplées, de M. Forquenot, locomotive dont nous n'étions pas encore en mesure de parler vendredi dernier. Les durées d'oscillation inscrites au tableau I sont très-satisfaisantes. Cette locomotive semble excellente, en tant que véhicule. — Toutefois, par suite de la largeur du foyer et du dôme, le mécanicien, rejeté sur le côté est nécessairement exposé aux influences du roulis, influences encore augmentées par la situation des cylindres à l'extérieur. — Nous regrettons que ces locomotives n'aient pas leurs cylindres à l'intérieur! L'ossature et les dispositions s'y prêteraient à merveille; et l'aptitude de cette belle machine aux services de grande vitesse se trouverait notablement accrue.

Dans le précédent Mémoire (*) il a été dit qu'en raison des mouvements oscillatoires de la partie suspendue, le tracé fondamental de l'épure de stabilité devait subir une correction. Or, aux environs des points critiques, cette correction serait *infinie*. La théorie cesse de s'appliquer. — Peu importe si l'expérience de chaque jour ne révèle pas d'inconvénients sérieux. Au contraire, aux grandes vitesses la correction devient *insignifiante*. Comme l'auteur le montre en faisant hommage à la Société de l'*épure de stabilité* relative à la nouvelle machine du chemin de fer de Lyon. (Épure qui se trouve également figurée sur le tableau (**).) Les efforts normaux sont considérables, à cause des dimensions exagérées du cylindre, et de sa position à l'extérieur. Les efforts tangentiels doivent (comme dans toutes les locomotives ordinaires) être *beaucoup plus intenses* (probablement *deux* ou *trois* fois) sur le bandage moteur que sur le bandage couplé.

Au contraire, l'épure de stabilité des machines à mouvements symétriques, présentée dans la même séance, met en relief les quatre propriétés formulées dans le précédent travail (2e partie, et *passim*). Bien que les auteurs se soient placés *à dessein dans les conditions les plus défavorables*, les actions normales n'ont rien d'excessif. Au démarrage AV elles ont moindre valeur que dans la machine de Lyon (*max.* sur *un* bandage : $8^t,4$ au lieu de $9^t,8$), au démarrage AR les deux systèmes se comportent différemment (*max.* 9,9 et $3^t,8$ au lieu de $7^t,0$). A grande vitesse, et quand la

(*) Sur les locomotives à très-grande vitesse. Annexe 7.

(**) Cette épure a été tracée par un calculateur habile : M. Derriey, qui a également réalisé la plupart des applications numériques précédemment rapportées.

Ignorant le poids exact des pièces nous avons admis : 1° que l'attirail animé de mouvements alternatifs pesait, pour chaque côté : 180 kilogr.; 2° que la fraction B_c de la masse de la bielle motrice était d'environ $\frac{10 \text{ kilogr.}}{g}$, soit 1; 3° qu'on avait équilibré : d'abord, sur chacun des deux essieux moteur et couplé, le poids exact des parties tournantes afférentes à cet essieu; et de plus *sur l'essieu couplé*, un quart des parties animées de mouvements alternatifs.

pression moyenne dans le cylindre se trouve réduite à moitié, les actions normales sont bien plus régulières et plus faibles dans la machine à mouvements opposés que dans la machine de Lyon.

L'avantage serait plus marqué si l'on réduisait les énormes cylindres (de $0^m,52$ sur $0^m,60$) à une dimension raisonnable; ou bien si l'on augmentait l'écartement des essieux moteurs, et par conséquent la longueur des bielles.

Une variante de la locomotive à mouvements symétriques. — Imaginons que les doubles cylindres soient coupés au milieu, de manière à livrer passage à un essieu droit ordinaire, couplé avec les essieux moteurs, lesquels devraient être écartés de $4^m,20$ ou $4^m,50$: les trois roues couplées pouvant avoir environ $2^m,00$ ou $2^m,10$. Le rapport $\frac{r}{l}$ tomberait alors à $\frac{1}{6}$ et $\frac{1}{8}$. L'épure conduirait à des résultats *parfaits*. Mais nous pensons que les types à quatre roues couplées étudiés par M. Deghilage sont déjà suffisants.

Les tracés géométriques démontrent péremptoirement la supériorité des machines à cylindres intérieurs pour la très-grande vitesse.

Au lieu de figurer les actions tangentielles par des segments de tangentes, on a trouvé qu'il était plus clair de les figurer (comme les actions normales) par des segments de rayons.

Transformée en tableau, l'épure de stabilité fournira par simple lecture les actions *maxima* et *minima*, normales ou tangentielles, supportées: 1° par chaque bandage; 2° par chaque essieu ; 3° par chaque file (droite ou gauche) de bandages; 4° par tous les bandages couplés.—Renseignements importants pour le calcul des rails, traverses, ponts, etc., et pour la résolution des problèmes de traction, de patinage et autres.

L'épure de stabilité rendrait de grands services en l'étude des voies ou machines de dimensions inaccoutumées. Tant qu'on raisonnera sur les données courantes : voies de 1^m50, rails de 30 à 40 kilog., etc., le sens pratique suffira pour résoudre, plus ou moins heureusement, la plupart des difficultés. Mais, en présence de nouveaux rails pesant, par exemple, 8 ou 10 kilog., ou bien 50 à 60 kilog., en présence de nouvelles voies de 1 mètre, ou 60 centimètres, ou bien, au contraire, de 2 mètres ou 2^m50, l'homme le plus sagace commettra nécessairement des erreurs de comparaison, erreurs qu'un tracé géométrique permettrait d'éviter.

Le temps nous manque pour examiner ici comment on pourrait régler, dans un service de chemin de fer, la *forme*, l'*exécution* et la *vérification* des calculs et des épures. Rien de mieux (selon nous) pour tout sujet de ce genre (distribution, répartitions, contre-poids, etc.), que de faire autographier à l'encre noire des cadres contenant les expressions algébriques, et traçant la marche à suivre.—Les calculs relatifs à chaque application particulière s'écrivent avec l'encre rouge.

Ici se terminera, messieurs, la communication que j'aurai eu l'honneur

de vous adresser. Nous demeurons, messieurs, en face de deux questions dont nous avions constaté, au début, l'importance majeure : 1° *la variation de l'adhérence avec la vitesse.*—Un programme d'expérience a été formulé à cet égard (V. Mém. précéd. *passim*). 2° *La stabilité des véhicules aux très-grandes vitesses.* — L'expérience paraît aisée. On lancerait des wagons perdus sur un plan incliné, à des vitesses progressives, et ce, jusqu'à déraillement. Nul inconvénient, car le wagon ne serait monté par personne, aussi longtemps qu'on n'aurait pu apprécier et conjurer les risques. Au besoin, le frein serait manœuvré par transmission électrique. En augmentant le diamètre et la charge des roues on atteindrait probablement des vitesses de 150 et 200 kilom., sinon plus.

Nous terminons, en remerciant MM. Forquenot et de Wissocq de l'obligeance parfaite avec laquelle ils nous ont fourni des renseignements précieux.

Paris. — Imprimerie E. Capiomont et V. Renault, rue des Poitevins, 6.


3 0112 073250091